

## Визначення енергетичних показників для розпізнавання коротких замикань в системі електричної тяги постійного струму

П. Є. Михаліченко, В. А. Надточій, А. В. Надточій

*Запропоновано в якості додаткового енергетичного параметра, окрім основних енергетичних показників, при визначенні режиму короткого замикання в тяговій електромережі використовувати втрати потужності. Наведено три способи визначення перехідних характеристик електричної мережі, які ґрунтуються на методах наближення, дискретної електротехніки та спектрального аналізу. Необхідність у створенні цих методів обумовлена нестаціонарністю та нелінійністю електричних параметрів тягових мереж, які можуть створювати невизначеність моменту виникнення короткого замикання.*

*Вхідними даними для визначення енергетичних характеристик і втрат слугують функції перехідної напруги та перехідного струму, що виміряні на затискачах комутаційного апарату, до яких приєднуються провідники живлення тягової мережі. На основі експериментальних вимірів та наведених методів проведено обчислення основних енергетичних параметрів мережі та втрат при різних коротких замиканнях.*

*Результати розрахунків показують, що при коротких замиканнях в тяговій мережі кількісні значення енергетичних показників та непродуктивних втрат дозволяють однозначно оцінити режим роботи мережі. Також отримані результати дозволяють визначити фактичне навантаження на захисні комутаційні апарати при коротких замиканнях в тяговій мережі.*

*Запропоновані методи можуть бути застосовані при створенні комп'ютерних моделей тягових мереж для їх дослідження та виконання інженерних розрахунків. Вони також можуть бути застосовані при проектуванні нових або реконструкції діючих тягових мереж постійного струму та більш точного обґрунтування проектних рішень. Також запропоновані методи можуть бути застосовані при створенні нових або для удосконалення діючих зразків захисної комутаційної апаратури*

*Ключові слова: перехідний процес, коротке замикання, втрати енергії, енергетичні показники, спектральний аналіз*

### 1. Вступ

В тягових, автономних та промислових електроенергетичних мережах, наочною задачею є оцінка їх параметрів у аварійних станах. Самим небезпечним і руйнівним аварійним режимом є коротке замикання (КЗ). Проте зважаючи на ускладнення електричних систем за рахунок широкого впровадження силової напівпровідникової техніки ускладнюються процеси генерації, передачі та перетворення електричної енергії. Особливо це стосується електромереж електрифікованого транспорту, що відрізняються нестаціонарністю та суттєвою неліній-

ністю власних параметрів. Це ускладнює визначення таких енергетичних показників, що надійно вказують на факт виникнення аварійного стану, зокрема КЗ. Таким чином, актуальним є завдання теоретичного і практичного визначення додаткових параметрів електроенергії, що володіють більшою інформативністю про характер перетікання та перетворення електроенергії в тягових електромережах.

## **2. Аналіз літературних даних и постановка проблеми**

В роботі [1] показано, що наукова діяльність у сфері електрифікованого транспорту в основному зосереджена на поліпшенні енергетичних характеристик. Проблемам виявлення аварійних режимів в електричних тягових мережах постійного струму приділяється мало уваги. Серед існуючих робіт домінують такі, що пов'язані з новими або перспективними проектами. Так, в роботі [2, 3] досліджено методи визначення коротких замикань в тягових мережах змінного струму  $2 \times 25$  кВ для високошвидкісних потягів. Такі мережі є специфічними і практично використовується тільки в країнах Азії. Наведені методи не можуть бути використані для тягових мереж постійного струму, які використовуються в Україні. Робота [4] присвячена питанням виявлення режиму КЗ в тяговій мережі постійного струму, але на затискачах первинних обмоток трансформаторів тягової підстанції. Розглянутий метод є відносно простим, але потребує врахування сталої часу силового трансформатора. Визначення короткого замикання в тяговій мережі постійного струму безпосередньо в контрольованій ділянці як показано в роботах [5–7] являє собою нетривіальну задачу.

Для опису електроенергетичних процесів в електричних колах систем електротяги можна застосувати систему показників ефективності [8]. Така система базується на гармонійному підході, що може призвести до невизначеності та ускладнень при вивченні потоків енергії.

Варіантом може бути використання непродуктивних (додаткових) втрат електроенергії в елементах системи електротяги [9, 10]. В роботах наведена процедура знаходження додаткових втрат на основі вимірів форми фазного струму синхронної тягової машини та розподільної мережі змінного струму.

Все це дає підстави стверджувати, що доцільним є проведення дослідження, присвяченого використанню енергетичних показників та величини непродуктивних втрат в тяговій мережі постійного струму як ознак коротких замикань в мережах електричної тяги постійного струму

## **3. Мета та задачі дослідження**

Мета дослідження полягає у створенні теоретичного підґрунття застосування енергетичних показників та додаткових втрат електроенергії в тяговій електромережі для розпізнавання режиму КЗ. Така мережа характеризується наявністю багатьох джерел живлення, наявністю гармонічних складових напруги живлення, розподілених і нестационарних параметрів лінії.

Для досягнення поставленої мети були поставлені такі завдання:

- створити аналітичний опис додаткових втрат електроенергії в тяговій електромережі;

- визначити методи розрахунку енергетичних показників та додаткових втрат електроенергії для визначення режимів КЗ в тягових електромережах;
- встановити додаткові втрати та інші енергетичні показники в режимах КЗ та виконати оцінку ефективності роботи контрольованих ділянок тягових мереж і комутаційної захисної апаратури.

#### 4. Аналітичний опис додаткових втрат електроенергії в тяговій електромережі

Класична система енергетичних показників включає в себе коефіцієнт зсуву фаз основної гармоніки несинусоїдного струму відносно вхідної синусоїдної напруги  $\cos\varphi_{(1)}$ ; коефіцієнт спотворення форми струму по відношенню до форми напруги ( $v$ ); коефіцієнт несиметрії навантаження по фазах ( $K_{HC}$ ); коефіцієнт нерівномірності споживання електроенергії ( $K_{HP}$ ).

Ці коефіцієнти базуються на співвідношеннях відповідних потужностей активної  $P$ , реактивної  $Q_{(1)}$  та повної  $S$ , спотворення  $D$ , несиметрії  $H_C$ , нерівномірності  $H_P$ . При цьому,  $\cos\varphi_{(1)}$ ,  $P$  і  $Q_{(1)}$  визначались лише для першої гармоніки. У випадку несинусоїдних напруги та струму коефіцієнт  $\cos\varphi$  буде коефіцієнтом зсуву за фазою між кривими напруги та струму, потужність  $Q$  буде реактивною потужністю по Будеану  $Q_B$ , а потужність  $P$  буде обумовлена однойменними гармоніками напруги і струму.

Тому зазначені коефіцієнти визначаються через складові повної потужності  $S$ , таким чином:

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q_B^2}}, \quad (1)$$

$$v = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2}}, \quad (2)$$

$$K_{HC} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}, \quad (3)$$

$$K_{HP} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2 + H_P^2}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}{S}. \quad (4)$$

Загальним показником в цій системі є коефіцієнт потужності  $\lambda$ , який об'єднує мультиплікативно всі локальні коефіцієнти (1)–(4) за виразом:

$$\lambda = \frac{P}{S} = (\cos\varphi) \cdot v \cdot K_{HC} \cdot K_{HP}. \quad (5)$$

Стосовно системи електротяги у класичному розумінні коефіцієнт потужності  $\lambda$ , по-перше, визначає ступінь використання повної потужності  $S$ , підведеної взагалі до тягової підстанції чи до електрорухомого складу зокрема. По-друге, величина  $\lambda$  також характеризує втрати активної потужності в силових тягових колах електрорухомого складу і в тяговій мережі електропостачання.

Слід зауважити, що коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  не завжди є достатньо очевидним енергетичним показником (для кіл і режимів, у яких потужності  $D \neq 0, H_c \neq 0, H_p \neq 0$ ) і тому в останні роки в тяговому електропостачанні, подібно промислового, в якості звітної величини використовують коефіцієнт реактивної потужності:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P}, \quad (6)$$

Для отримання формул додаткових втрат електроенергії скористаємося концепцією С. Фризе [11]. С Фризе запропонував будь-який споживач зі струмом  $i(t)$  довільної форми представляти паралельним з'єднанням резистивного елемента  $R$  та реактивного елемента  $X$ . Перший відображає споживану активну електроенергію. Другий характеризує споживання неактивних складових потужності: реактивної потужності та потужності спотворення. Вважається, що у вітці з елементом  $R$  протікає активна складова струму  $i_a(t)$ , яка співпадає за формою з прикладеною до споживача напругою  $u(t)$ .

По елементу  $X$  протікає реактивна складова  $i_p(t)$ , що ортогональна до напруги  $u(t)$ . Тоді для довільного інтервалу часу  $[0 \dots \tau]$  імпульсу перехідного  $i(t)$  його можна представити сумою:

$$i(t) = i_a(t) + i_p(t) \quad (7)$$

чи

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt - \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt. \end{aligned} \quad (8)$$

Помноживши всі складові (8) на  $\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt$ , отримаємо

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt - \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt. \quad (9)$$

Ліва частина виразу (9) характеризує реактивну потужність Фризе  $Q_{\Phi\tau}$ , що споживається на інтервалі  $[0 \dots \tau]$ , тобто

$$Q_{\Phi\tau}^2 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i_p^2(t) dt. \quad (10)$$

Тоді непродуктивні (додаткові) втрати активної електроенергії в споживачі  $R$  будуть визначатися виразом:

$$\Delta W_{\text{дт}} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} R \cdot i_p^2(t) dt = \frac{Q_{\Phi\tau}^2 \cdot R}{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u^2(t) dt} = \frac{P_{\tau}^2 \cdot R}{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u^2(t) dt} \cdot \text{tg}^2 \varphi, \quad (11)$$

де  $Q_{\Phi\tau}$  та  $P_{\tau}$  – реактивна та активна потужності, що споживаються навантаженням  $R$ .

## 5. Методи визначення енергетичних характеристик

Як випливає із виразів (1)–(6) і (11) для визначення потужностей, як енергетичних характеристик, а, отже, і власне енергетичних показників, необхідно знання часових функцій перехідних напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$ . Ці залежності можуть бути одержані або експериментальними дослідженнями на діючих енергоділянках електромереж або моделюванням в умовах лабораторій. Задача визначення складових повної потужності на основі несинусоїдних кривих  $u(t)$  і  $i(t)$  вже розв'язувалась авторами робіт [12, 13], але то були дослідження для часових залежностей неперервних технологічних коливань випрямних напруги і струму в усталених режимах для добових і місячних регистрограм. Як показує практика досліджень, в перехідних, і особливо в аварійних, режимах залежності  $u(t)$  і  $i(t)$  являють собою одинокі короткочасні, тривалістю  $\tau$ , неперіодичні імпульси довільної форми, наприклад, вигляду рис. 1. Для визначення енергетичних показників системи електричної тяги у режимах з такими імпульсами пропонуються наступні три методи.

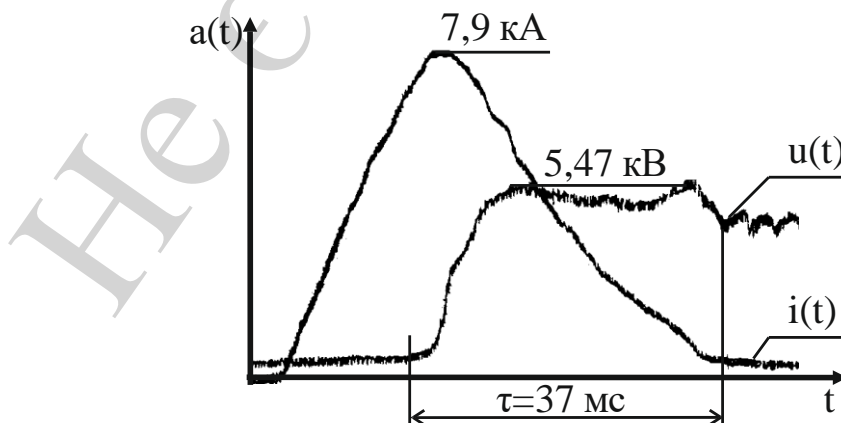


Рис. 1. Осцилограми перехідних фідерних напруги  $u(t)$  та струму  $i(t)$  при вимиканні швидкодіючим вимикачем типу АБ-2/4 короткого замикання в тяговій мережі

Перший, назовемо його методом наближення, полягає в такому. Для заданих графічно (осцилограм) чи таблично перехідних  $u(t)$ ,  $i(t)$  (позначимо їх однією функцією  $a(t)$ ) знаходять наближені аналітичні вирази, тобто здійснюють їх аналітичну апроксимацію за критеріями збіжності або інтерполяцію. Особливістю і важливістю цих математичних операцій при розв'язанні поставлених енергетичних задач, є те, що апроксимуючи чи інтерполюючи ці функції  $f(t)$ , вони повинні найбільш точно відображати перехідні величини  $u(t)$ , інакше буде загублена важлива інформація, що призведе до неточних кінцевих результатів. Тому із усіх відомих у математиці критеріїв збіжності, збіжність в кожній точці

$$a(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} f_k(t) \text{ в області } [0 \dots \tau],$$

рівномірна збіжність

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left( \max |a(t) - f_k(t)| \right) = 0,$$

збіжність у середньоквадратичному

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int |a(t) - f_k(t)|^2 dt = 0,$$

найбільш доцільним для апроксимації є перший, найбільш жорсткий, критерій. Система функцій  $f_1(t), f_2(t), \dots, f_k(t), \dots, f_\infty(t)$  в аналітичних виразах критеріїв збіжності являє собою функції, комбінацією яких можна представити перехідну величину  $a(t)$  (чи то напругу, чи то струм). При виборі методу наближення складної за формою  $a(t)$ , перевагу треба віддавати апроксимації, оскільки у цьому випадку інтерполяційний багаточлен буде дуже високого порядку, що робить розрахунки занадто громіздкими. Більш того, не для всякої перехідної  $a(t)$  можливо простими способами побудувати багаточлен, що забезпечує рівномірну збіжність до  $a(t)$  (якщо вона необхідна).

У подальшому розглядуваний метод дозволяє визначити енергетичні показники за виразами (1)–(6) і (11), в яких потужності оцінюють за нижченаведеними формулами на основі апроксимованих перехідних  $u(t)$ ,  $i(t)$ , а саме.

Миттєву потужність на інтервалі  $[0 \dots \tau]$  існування імпульсу перехідної величини можна визначити як

$$p_\tau(t) = u(t) \cdot i(t). \quad (12)$$

Активну потужність за той же інтервал часу можна визначити за виразом

$$P_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau p_\tau dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u(t) \cdot i(t) dt. \quad (13)$$

Повна потужність визначається як

$$S_{\tau} = U_{\tau} \cdot I_{\tau}, \quad (14)$$

де  $U_{\tau}$ ,  $I_{\tau}$  – діючі значення напруги і струму за інтервал часу  $[0 \dots \tau]$ :

$$U_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u^2(t) dt}; \quad I_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i^2(t) dt}. \quad (15)$$

Для визначення реактивної потужності існує багато методів і підходів, і це питання залишається дискусійним до цього часу. Найбільш перспективним підходом до визначення цієї неактивної складової є концепція С. Фризе [11], яка направлена на збереження функціонального характеру описання енергетичних властивостей кіл при синусоїдних і несинусоїдних процесах. В цьому випадку реактивна потужність по Фризе визначається за виразом:

$$Q_{\Phi\tau} = \sqrt{S_{\tau}^2 - P_{\tau}^2}. \quad (16)$$

У другому методі – «дискретної електротехніки» – аналогові імпульси перехідних  $u(t)$  і  $i(t)$  (у подальшому те ж як  $a(t)$ ) шляхом дискретизації з певним інтервалом часу  $\Delta t$  перетворюють в імпульси, які складають масив  $N$  значень (відліків) досліджуваної величини  $a(t)$  (рис. 2)  $a_1=a(t_1)$ ;  $a_2=a(t_2)$ ; ...,  $a_n=a(t_n)$ ; ...,  $a_N=a(t_N)$ ;  $n=1, 2, 3, \dots, N$ ;  $\Delta t=\tau/N$  – інтервал дискретизації в реальному масштабі часу, вибір якого є дуже важливою операцією і його треба здійснювати виходячи із характеру зміни досліджуваної величини  $a(t)$ .

Останній може бути отриманий аналізом схеми досліджуваного пристрою чи системи, принципу її функціонування, вимог до  $a(t)$ , взаємних зв'язків між елементами тощо. У першому наближенні аналогова імпульс-функція  $a(t)$  може бути адекватно представлений дискретними відліками, якщо його частота не перевищує половини частоти Найквіста (частоти дискретизації). Для точних розрахунків можна задати максимальну (верхню)  $f_B$  і мінімальну (нижню)  $f_H$  частоти у спектрі перехідної величини. Це можна зробити на основі власного досвіду або непрямих передположок. Після цього можна визначити  $\Delta t$  за теоремою Котельникова, згідно з якою будь-яка функція  $a(t)$ , спектр якої не містить складових з частотами вище певного значення  $\omega_b=2\pi f_b$ , може бути без втрат інформації представлена своїми дискретними відліками  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , (рис. 2), взятими з інтервалом  $\Delta t$ , який визначається за такою нерівністю:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{\pi}{\omega_B}. \quad (17)$$

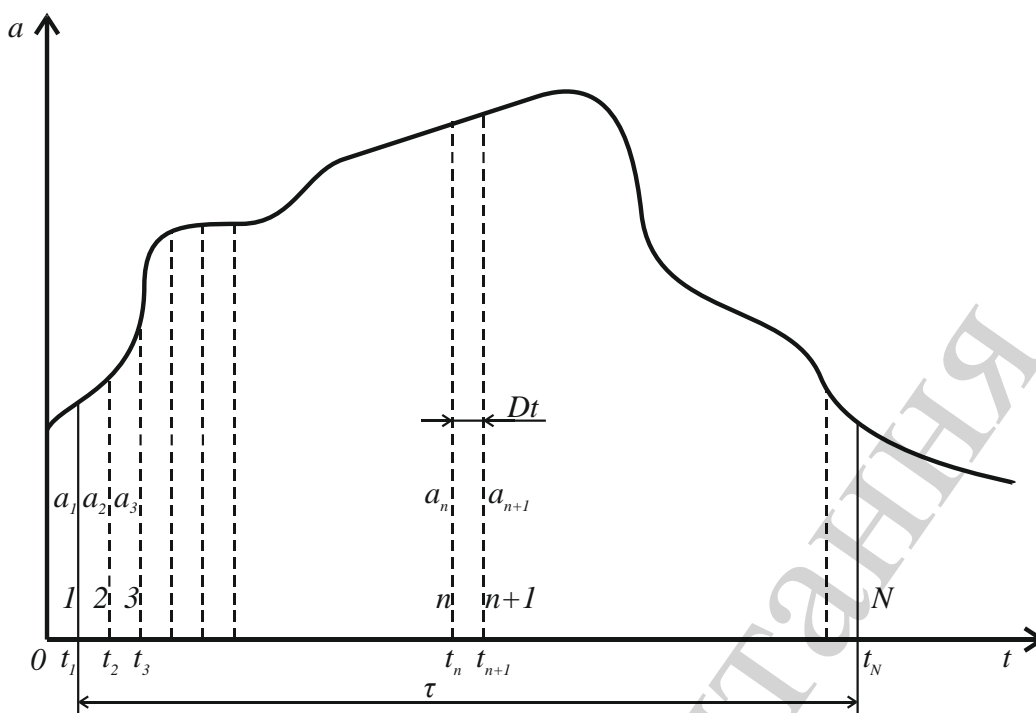


Рис. 2. Дискретизація неперервного імпульсу перехідної величини  $a(t)$

Дослідження також показують, що ефективно правильний результат відносно  $\Delta t$  при аналізі змін напруги і струмів навантаження дає оціночна формула:

$$\Delta t = (0,1 \dots 0,25) T_1,$$

де  $T_1$  – найменший середній термін часу циклу роботи пристрою чи системи.

У подальшому, після визначення  $\Delta t$  дискретизації імпульсів перехідної напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  і визначення їх відліків, згідно з розглядуваним методом, а, отже, і рис. 2, необхідні потужності розраховують таким чином [12].

Активну потужність  $P_\tau$ , згідно (13) знаходять як середнє арифметичне за інтервал  $[0 \dots \tau]$ :

$$P_\tau = \frac{\sum_{n=1}^N u_n \cdot i_n}{N} \text{ або } P_\tau = \frac{\sum_{n=1}^N p_n}{N}, \quad (18)$$

де  $u_n, i_n, p_n$  –  $n$ -і значення напруги, струму або миттєвої потужності;  $N$  – загальна кількість точок дискретизації за термін часу  $[0 \dots \tau]$ .

На перший погляд активну потужність  $P_\tau$  для розглядуваних режимів можна визначити і як добуток середніх за час споживання енергії системою, напруги  $U_{cp}$  та струму  $I_{cp}$ :

$$P_{cp} = U_{cp} \cdot I_{cp},$$



де

$$U_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n, \quad I_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N i_n.$$

Однак значення потужності  $P_\tau$  в цьому разі будуть менш точні, бо тоді вона визначається лише потужністю нульової гармоніки (якщо припустити можливість розкладання  $u(t)$  та  $i(t)$  в ряд Фур'є) оскільки  $U_{cp}=U_{(0)}$ ,  $I_{cp}=I_{(0)}$ .

Для визначення повної потужності  $S_\tau$  також застосовують формулу (14), в якій діючі значення  $U_\tau$  та  $I_\tau$  знаходять як середні квадратичні за  $\tau$  від дискретних значень (рис. 2):

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N u_n^2}{N}}, \quad (19)$$

$$I_\tau = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N i_n^2}{N}}. \quad (20)$$

Реактивну потужність по Фризе визначають за формулою (16), а енергетичні показники – також за виразами (1)–(6) і (11).

Третій метод, який можна назвати методом цифрового спектрального аналізу, базується на гармонійному аналізі імпульсів перехідних напруги і струму, що виконується за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Для цього замість реально отриманого одного імпульсу перехідної величини  $a(t)$  (типу рис. 1, 2) думкою утворимо періодичні – (з довільним періодом  $T$ ) послідовність таких імпульсів (рис. 3).

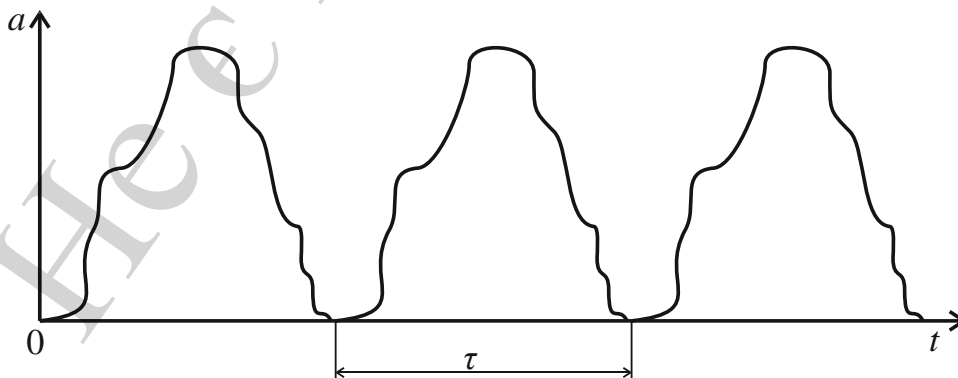


Рис. 3. Утворення періодичної імпульс-функції  $a(t)$

Тепер несинусоїдну функцію-імпульс  $a(t)$  можна розглядати не на інтервалі  $[0 \dots \tau]$  її існування, а продовжену періодично поза інтервалу  $[0 \dots \tau]$ . Тобто

неперіодична імпульс-функція  $a(t)$  перетворена в періодичну з періодом  $T$ , для якої є чинним розкладання в ряд Фур'є в дійсній класичній формі:

$$a(t) = A_{m(k)} \sin(\kappa \omega t + \psi_{a(k)}), \quad (21)$$

де  $A_{m(k)}$ ,  $\psi_{a(k)}$  – амплітуда і початкова фаза  $k$ -ої гармоніки ряду. Які визначаються із комплексної амплітуди  $\underline{A}_{m(k)} = A_{m(k)} e^{-j\psi_{a(k)}}$ , що знаходиться за відомим виразом:

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{T} \int_0^T a(t) e^{-jk\omega t} dt. \quad (22)$$

Однак функція  $a(t)$  є несинусоїдною і довільною, часто дуже складної, форми, тому застосування для її спектрального аналізу класичного Фур'є-аналізу практично ускладнено, тому доцільно використання дискретного перетворення Фур'є. Для цього, як і в другому методі, здійснимо дискретизацію з інтервалом  $\Delta t$  імпульс – функцію  $a(t)$ , як це зроблено на рис. 2. Тоді значення  $a_n = a(n \Delta t)$  є відліками тепер вже періодичної (рис. 3) аналогової функції  $a(t)$  у вигляді послідовності дельта-функції, «зваженої» відліками  $a(n \Delta t)$  аналогової функції  $a(t)$  (рис. 4):

$$a(t) = \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \delta(t - n \cdot \Delta t). \quad (23)$$

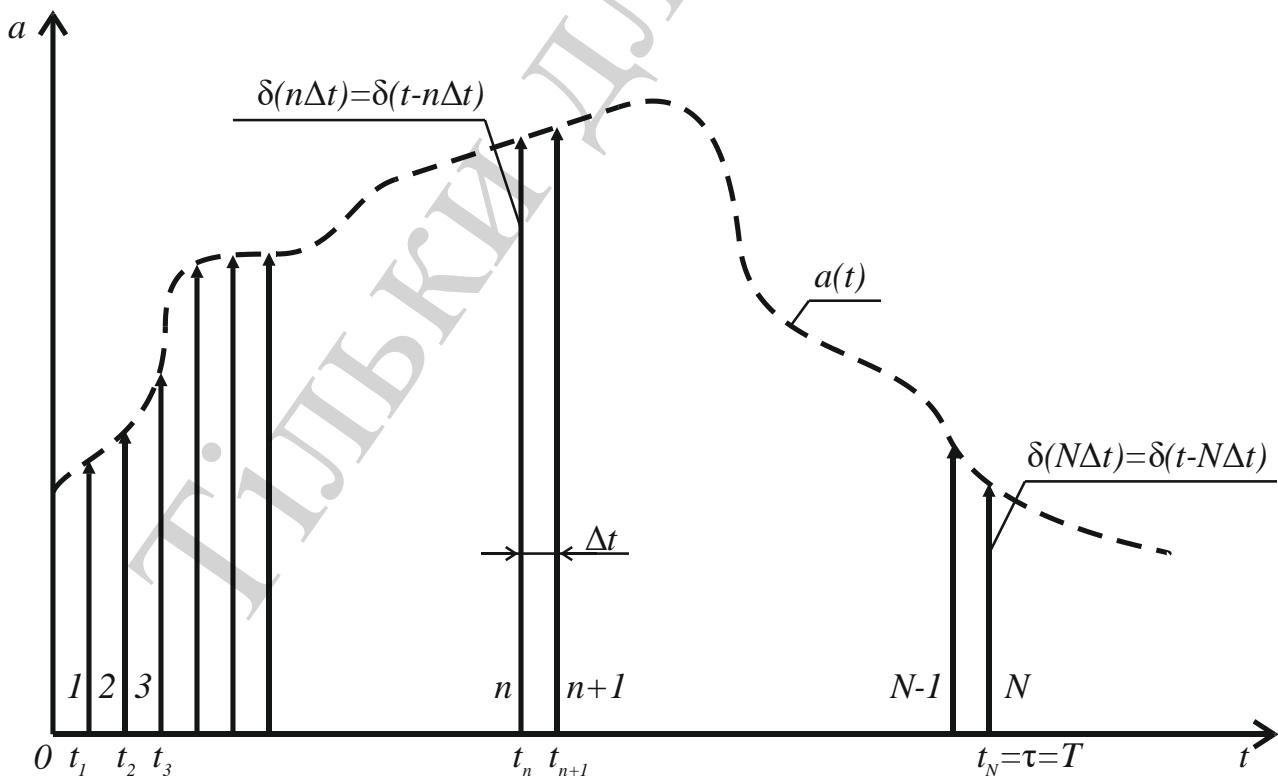


Рис. 4. Дискретизована імпульс-функція  $a(t)$  у вигляді послідовності дельта-функцій

Підставивши (23) в (22), отримаємо

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \delta(t - n \cdot \Delta t) \cdot e^{-jk\omega t} dt. \quad (24)$$

Оскільки  $a(n \cdot \Delta t)$  є константами (незалежними від  $t$ ), а функція  $\delta(t - n \cdot \Delta t)$  дорівнює нулю при будь-якому  $t$  окрім  $t = n \cdot \Delta t$ , тоді (24) можна переписати у вигляді:

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \int_0^T \sum_{n=1}^N \delta(n \cdot \Delta t) e^{-jk\omega t} dt. \quad (25)$$

Врахуємо фільтруючу властивість дельта-функції, яка полягає у тому, що якщо ця функція присутня під інтегралом у якості множника, то результат інтегрування буде дорівнювати значенню іншої підінтегральної функції (чи виразу) у тій точці (часу), де зосереджена дельта-функція, незалежно від меж інтегрування. Тоді вираз (25) прийме вигляд

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) e^{-jk\omega \Delta t}. \quad (26)$$

В (26) спектр є дискретним з частотною відстанню між гармоніками, яка, згідно рис. 4, дорівнює

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{N \cdot \Delta t}. \quad (27)$$

З урахуванням (27) і того, що  $a(n \cdot \Delta t)$  – це значення відліків і тому  $a(n \cdot \Delta t) = a(n)$ , вираз (26) можна записати у вигляді

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{N \cdot \Delta t} \sum_{n=1}^N a(n) e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}. \quad (28)$$

Отже, комплексна амплітуда дискретного ряду Фур'є представляє собою лінійну комбінацію відліків  $a(n)$  дискретизованого імпульсу перехідної величини  $a(t)$ .

У виразі (28) реальний масштаб часу фігурує лише у множителі  $1/\Delta t$  перед оператором додавання. При аналізі дискретних послідовностей зазвичай оперують номерами відліків (1, 2, ...,  $n$ , ...,  $N$ , рис. 2, 4) та спектральних гармонік без прив'язки до дійсного масштабу, часу і частоти. Тому множник  $1/\Delta t$  вилучимо із виразу (28), тобто будемо вважати частоту дискретизації рівною одиниці. І тоді остаточний вираз комплексної амплітуди «к»-ої гармоніки буде

$$\underline{A}_{m(k)} = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N a(n) e^{-j \frac{2\pi nk}{N}} = A_{m(k)} \cdot e^{j\psi_{a(k)}}, \quad (29)$$

який і є виразом дискретного перетворення Фур'є аналогового імпульсу-функції  $a(t)$ .

Після визначення  $A_{m(k)}$ , та  $j\psi_{a(k)}$  за цим виразом та запису ряду Фур'є за виразом (21) потужності  $P_\tau$  і  $S_\tau$  знаходять за відомими класичними формулами теорії кіл несинусоїдного струму, а саме:

– активну потужність:

$$P_\tau = \sum_{k=0} U_{m(k)} \cdot I_{m(k)} \cdot \cos \varphi_{(k)};$$

– повну потужність:

$$S_\tau = U_\tau \cdot I_\tau,$$

де

$$U_\tau = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + \dots + U_{(k)}^2 + \dots};$$

$$I_\tau = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2 + \dots + I_{(k)}^2 + \dots}.$$

Реактивну потужність по Фризе визначають за формулою (16), а енергетичні показники також за виразами (1)–(6) і (11).

## 6. Енергетичні показники в режимах КЗ та ефективність роботи комутаційної захисної апаратури тягових мереж

Нижче наведено результати експериментальних досліджень (рис. 5–8). Більше осцилограмм можна знайти в роботі [13] (осцилограми та параметри) режимів КЗ в тягових мережах ряду електрифікованих ділянок, а саме: часові залежності фідерних струмів  $i(t)$ , вихідної фідерної напруги ТП  $u(t)$ , спаду напруги на електричній дузі швидкодіючого вимикача (ШВ)  $u_d(t)$ , а також час повного вимикання  $t_{\text{вим}}$  струму КЗ.

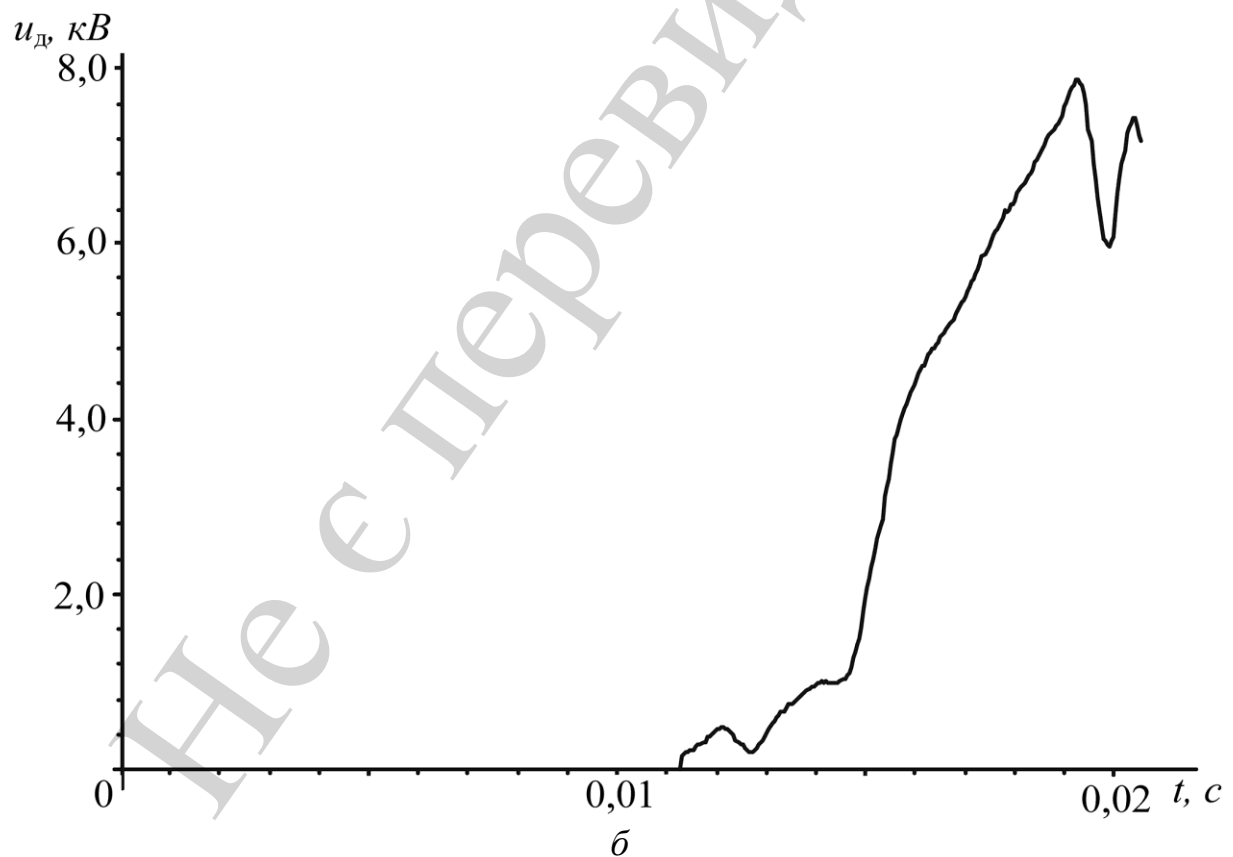
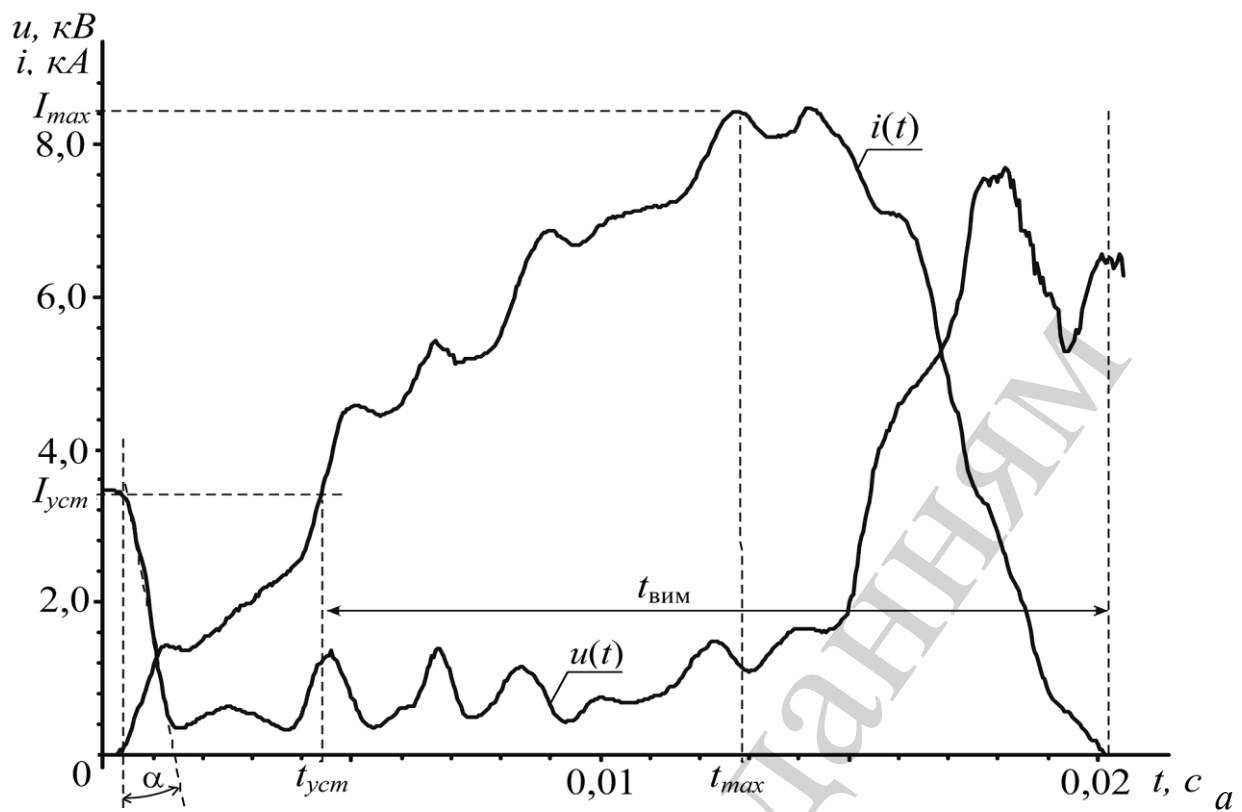


Рис. 5. Осцилограми зміни перехідних електричних величин під час вимикання ШВ 2×ВАБ-43 при близькому КЗ,  $l=0,5$  км, струм уставки  $I_y=3500$  А: а – часові залежності фідерних струму  $i(t)$ , та напруги  $u(t)$ ; б – напруга на електричній дузі швидкодіючого вимикача  $u_d(t)$

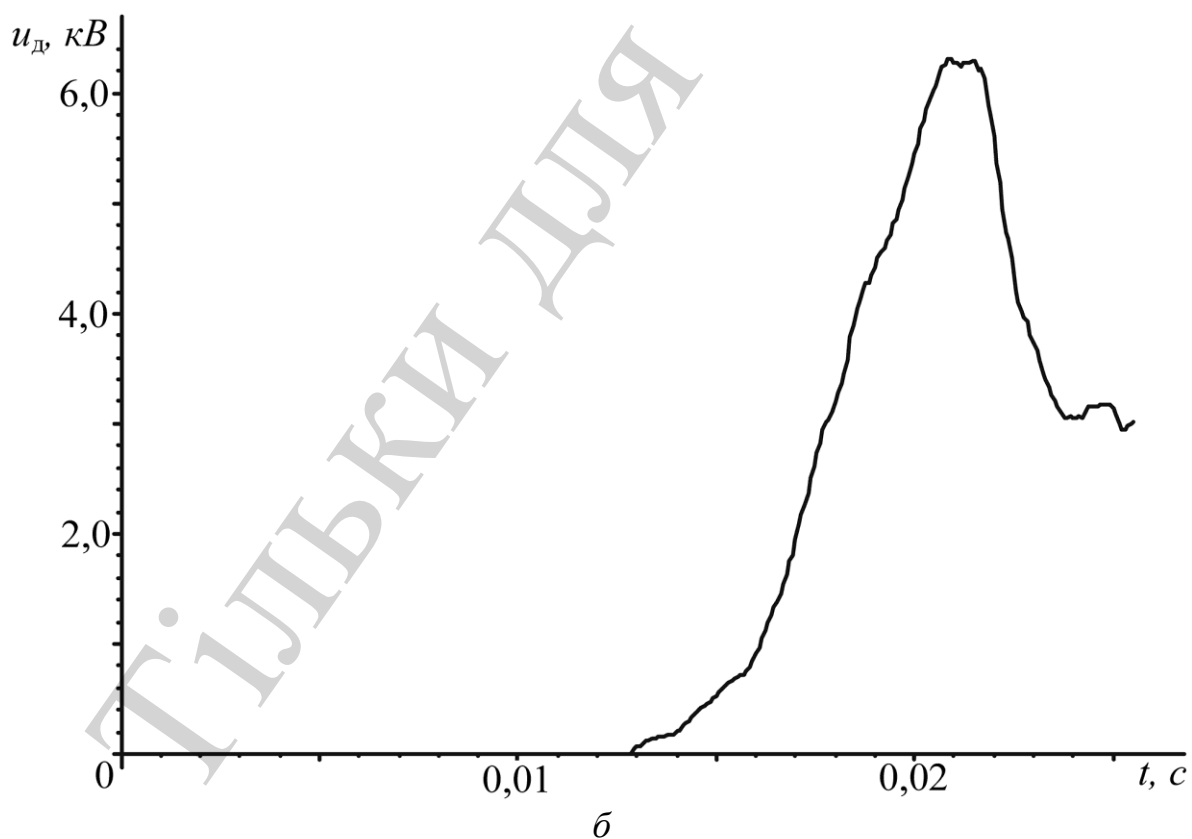
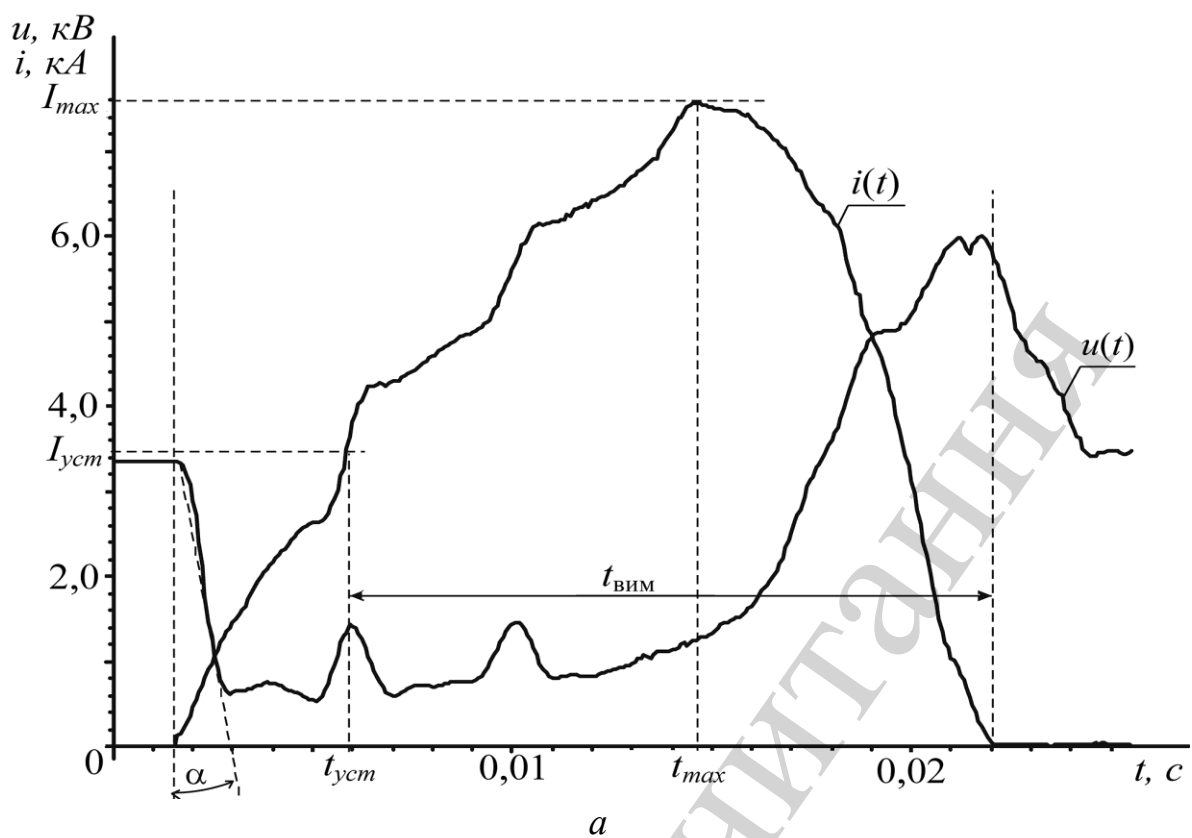


Рис. 6. Осцилограми перехідних електричних величин під час вимикання ШВ 2×ВАБ-49 при близькому КЗ,  $l=0,5$  км,  $I_y=3500$  А: а – часові залежності фідерних струму  $i(t)$ , та напруги  $u(t)$ ; б – напруга на електричній дузі швидкодіючого вимикача  $u_d(t)$

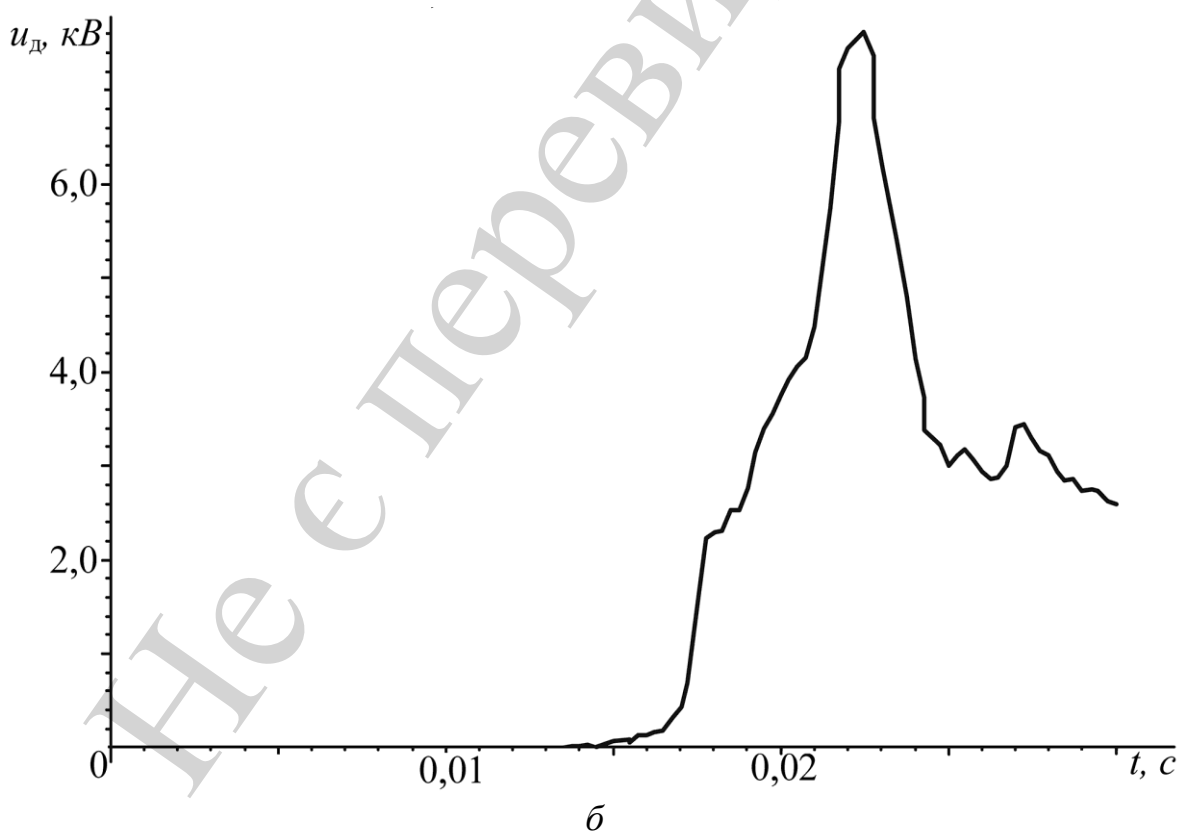
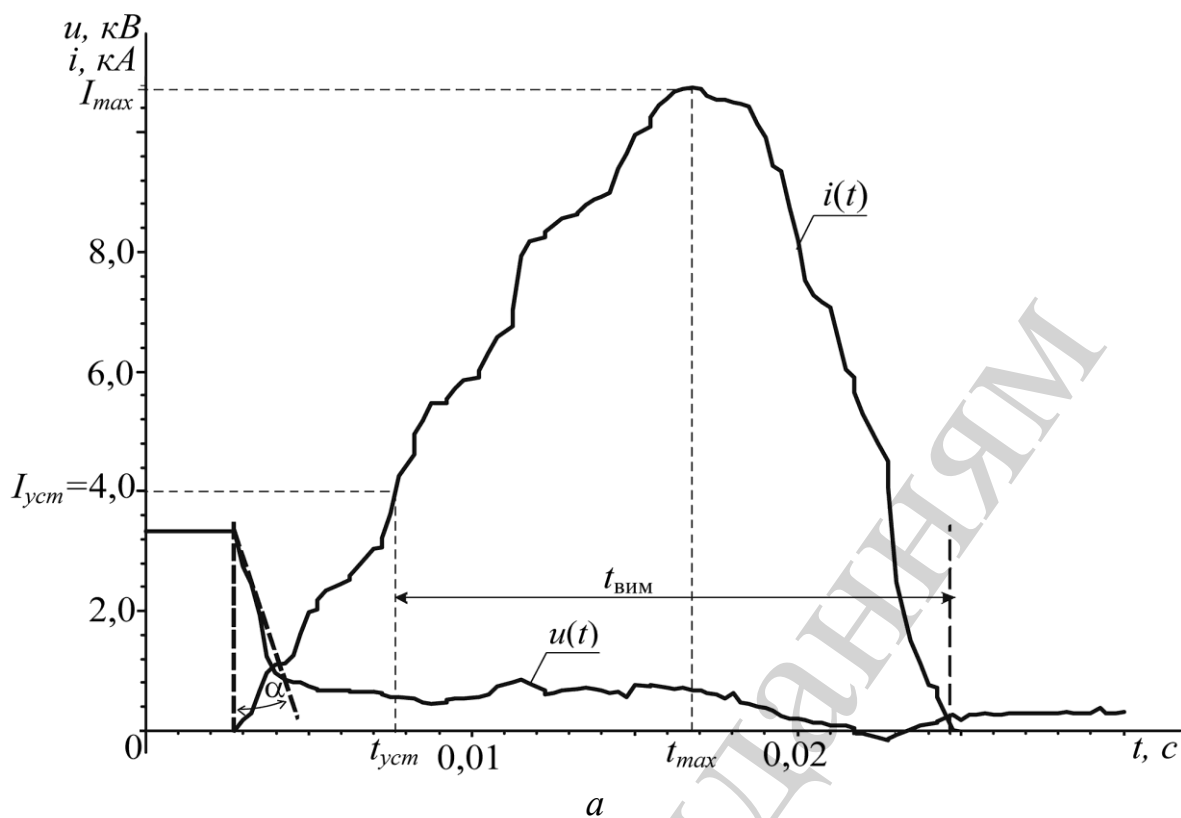


Рис. 7. Осцилограми перехідних електричних величин під час вимикання ШВ ВАБ 206, при близькому КЗ,  $l=0,5$  км,  $I_y=4000$  А: а – часові залежності фідерних струму  $i(t)$ , та напруги  $u(t)$ ; б – напруга на електричній дузі швидкодіючого вимикача  $u_d(t)$

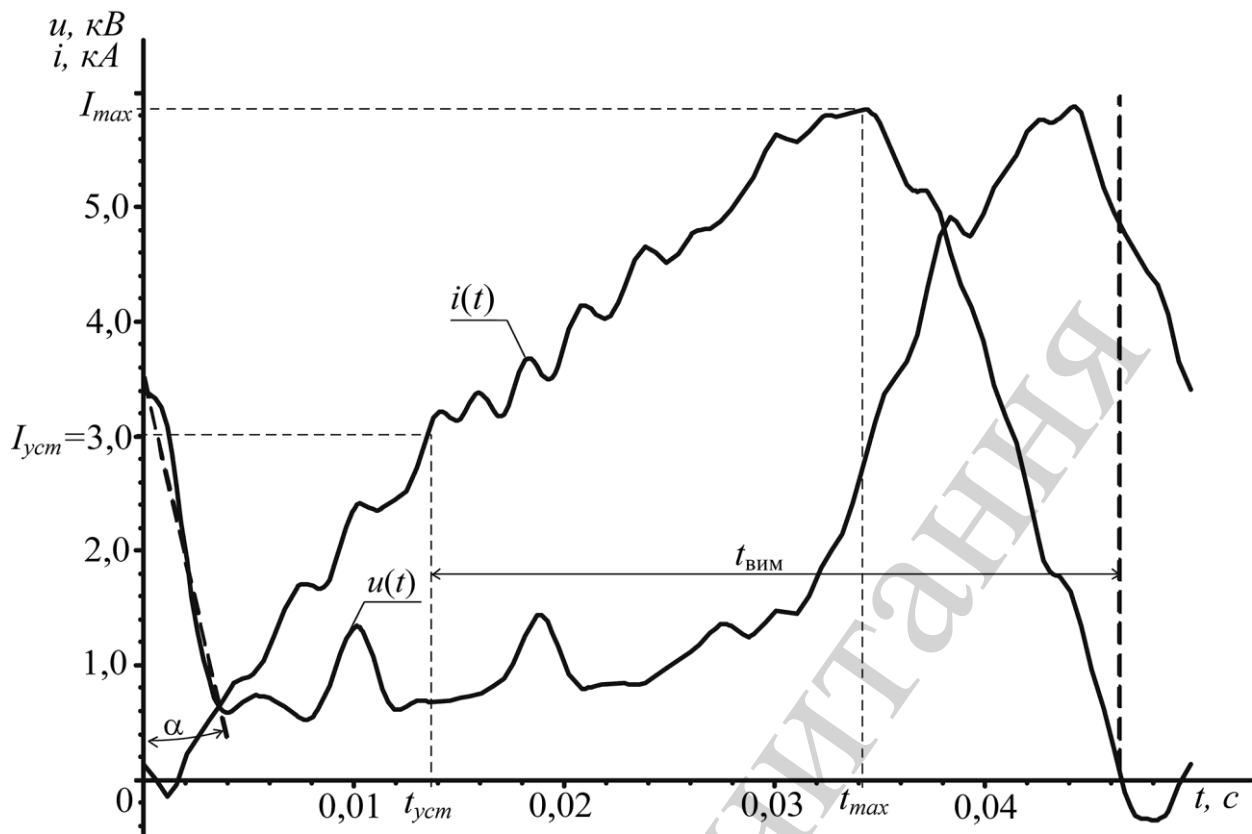


Рис. 8. Осцилограми перехідних електричних величин під час вимикання ШВ ВАБ-206, при близькому КЗ,  $l=2$  км,  $I_y=3000$  А: а – часові залежності фідерних струму  $i(t)$ , та напруги  $u(t)$ ; б – напруга на електричній дузі швидкодіючого вимикача  $u_d(t)$

Використання потужності Фрізе  $Q_{\Phi\tau}$  у якості критерія оцінки додаткових втрат при передачі електроенергії дозволяє визначити величину цих втрат в усталених процесах і в перехідних режимах. Як випливає із виразу (11), для визначення додаткових втрат активної електроенергії в споживачі  $R$  за термін  $[0 \dots \tau]$  і потужностей  $S_\tau$ ,  $P_\tau$ ,  $Q_{(1)}$  як енергетичних характеристик, а, отже, і власне енергетичних показників  $D$ ,  $\lambda$ ,  $\text{tg}\phi$ ,  $\Delta W_{\text{дт}}$ , необхідно знання функцій перехідних напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  (рис. 5–8). Для визначення енергетичних показників системи електричної тяги в аварійних режимах з їх імпульсами напруги і струму використано наступні три методи: метод наближення, метод дискретної електротехніки, метод спектрального аналізу.

З використанням зазначених методів виконано чисельні розрахунки показників енергообмінних процесів електроенергії в тяговій електромережі для аварійних режимів КЗ. Найкращі результати які наведені в табл. 1 показав другий метод. В табл. 2 представлено встановлену потужність та енергетичні показники дугогасних камер ШВ постійного струму. Вихідними даними є осцилограми (рис. 5–8), а також параметри джерела та тягової мережі.



Таблиця 1

Основні енергетичні показники режиму КЗ в тяговій мережі постійного струму

Тип ви- микача (лінія)	Вид КЗ		Енергетичні показники							
			$S_{\tau}$ $10^6$ , ВА	$P_{\tau}$ $10^6$ , Вт	$Q_{(1)}$ $10^6$ , ВАр	$Q_{\Phi\tau}$ $10^6$ , ВАр	$D$ $10^6$ , ВА	$\lambda$	$\text{tg}\varphi$	$\Delta W_{\text{дт}}$ $10^6$ , ВТ
ВАБ-43 (Лінія 1)	1	Близьке	19,5	10,5	-3,1	16,4	16,4	0,48	1,55	9,4
	2	Середнє	12,3	9,4	-0,56	8,0	8,0	0,76	0,85	2,4
	3	Дальнє	10,4	8,4	-0,5	6,2	6,2	0,803	0,74	1,4
ВАБ-49 (Лінія 2)	4	Близьке	16,4	9,6	-2,1	13,3	13,3	0,47	1,39	6,6
	5	Середнє	9,4	7,8	-0,15	5,2	5,2	0,83	0,67	1,7
	6	Дальнє	8,6	7,4	-0,2	4,5	4,5	0,86	0,60	1,3
ВАБ-206 Горяїнове	7	Близьке	5,5	3,1	0,43	4,4	4,4	0,9	1,42	8,1
	8	Дальнє	9,0	4,9	3,09	7,6	7,6	0,55	1,53	5,7
АБ-206 (Н Д Вузол)	9	Близьке	13,1	7,9	-2,43	10,4	10,4	0,25	1,31	4,4

Таблиця 2

Основні енергетичні показники дугогасної камери ШВ в режимі КЗ в тяговій мережі постійного струму

Тип вими- кача (лінія)	Вид КЗ		Енергетичні показники						
			$S_{\tau} 10^6$ , ВА	$P_{\tau} 10^6$ , Вт	$Q_{(1)} 10^6$ , ВАр	$Q_{\Phi\tau}$ $10^6$ , ВАр	$D 10^6$ , ВА	$\lambda$	tgφ
ВАБ–43	1	Близьке	19,5	10,5	–2,9	20,2	20,2	0,36	2,6
	2	Середнє	12,3	9,4	–5,9	15,6	15,6	0,42	2,2
	3	Дальнє	10,4	8,4	–0,51	13,0	13,0	0,38	2,4
ВАБ–49	4	Близьке	16,0	5,9	–2,1	14,9	14,9	0,37	2,52
	5	Середнє	9,7	4,8	–1,8	8,4	8,4	0,49	2,76
	6	Дальнє	11,1	5,2	–0,21	9,8	9,8	0,47	1,9
ВАБ–206 (Горяїнове)	7	Близьке	18,4	1,8	–0,5	16,6	16,6	0,44	2,06
	8	Дальнє	13,9	6,6	–3,11	12,2	12,2	0,48	1,85

Із аналізу табл. 1 випливає, що із віддаленням точки КЗ від ТП потужності  $S_{\tau}$ ,  $P_{\tau}$ ,  $Q_{(1)}$ ,  $Q_{\Phi\tau}$  короткого замикання практично у всіх випадках зменшуються, проте проявляються і незакономірності. Параметри  $D$ ,  $\lambda$ ,  $\text{tg}\varphi$  також однозначно не визначають режим КЗ. Не дивлячись на те, що відстань до місця КЗ зростає, а відповідно зростає і величина опору  $R_{\Sigma}$ , у всіх випадках додаткові втрати електроенергії  $\Delta W_{\text{дт}}$  зменшуються. Причиною такого явища є те, що в режимі КЗ відстань не є визначальною, адже саме величини перехідних  $u(t)$  і  $i(t)$  характеризують миттєве значення потужності.

Із аналізу табл. 2 випливає, що за період комутації, до розмикання контактів захисного апарата вся потужність КЗ проходить через комутаційний апарат. В початковий момент розмикання контактів ШВ, падіння напруги на самих контактах є нескінченно малим відносно струму КЗ, що створює ефект випереджального по фазі струму. Це обумовлює мінливе явище перетікання значної реактивної потужності з від'ємним знаком.

Також видно, що активна потужність короткого замикання, яке ліквідується застарілими зразками фідерних вимикачів, значно вище у порівнянні з новими швидкодіючими апаратами. Таким чином, за період існування КЗ в тяговій мережі контактний провід буде більше грітися. Натомість одна дугогасна камера нових типів ШВ розсіює приблизно таку ж кількість енергії, що і дві камери, наприклад, автомату типу ВАБ–43. Реактивною потужністю процесу КЗ є потужність спотворення.

## **7. Обговорення результатів розрахунку енергетичних показників як ознак короткого замикання в тяговій мережі постійного струму**

Заздалегідь невизначена форма перехідних електромагнітних величин ускладнює процес науково-практичних досліджень, тому було проведено критичний аналіз трьох методів розрахунків таких величин. Найбільш придатним методом для аналізу перехідних електромагнітних величин випадкової форми в рамках даного дослідження виявився так званий дискретний метод. Даний метод дискретної електротехніки застосовано для аналізу аварійних електромагнітних процесів в електротяговій мережі постійного струму. За цим методом, аналогові електромагнітні величини  $a(t)$ , довільної форми, квантуються і у подальшому до них застосовуються методи дискретної електротехніки. Ключовим результатом даної роботи є формула (29), що дозволяє розкласти перехідні електромагнітні величини струму  $i(t)$  і напруги  $u(t)$  довільної форми на гармонійні складові. Використовуючи формули теорії кіл несинусоїдного струму, визначаються активна (18), повна (14), реактивна (16) потужності а також енергетичні показники (1)–(6) та додаткові втрати електроенергії (11) під час КЗ. Запропонована методика може бути використана не тільки в електротяговій мережі, але і для будь-яких електричних кіл.

Проблемою виявлення та розпізнавання коротких замикань є не неоднозначна залежність між аварійними і нормальними режимами електротягової мережі (наприклад, рух потягу з навантаженням на керівному ухилі), коли струми живлення електрорухомого складу можуть навіть перевищувати значення струмів короткого замикання. Представлені результати розрахунків у таблиці 1 показують, що за час існування КЗ величина додаткових втрат  $\Delta W_{\text{дт}}$  має однозначну залежність від відстані  $l$  до точки короткого. За іншими енергетичними показниками табл. 1 такої однозначності не спостерігається. Тому подальша робота вбачається в поглибленні досліджень у напрямку порівняння додаткових втрат в аварійних та експлуатаційних режимах. Саме таке порівняння дозволить розробити мікропроцесорне захисне обладнання на нових принципах.

Що стосується першого методу для визначення перехідної функції  $a(t)$  або  $i(t)$ , та  $u(t)$ , то його точність суттєво залежить від обраних математичних способів апроксимації.

Недоліком другого методу визначення перехідної функції  $i(t)$  та  $u(t)$  можна вважати залежність точності розрахунків від ступеня дискретизації. В свою чергу, підвищення ступінь дискретизації буде впливати на обчислювальну потужність на часові витрати електронного захисного обладнання.

Для третього методу на точність розрахунку впливає подвійне перетворення струму  $i(t)$  та напруги  $u(t)$  в процесі дискретизації і подальше дискретне перетворення Фур'є.

В даному дослідженні використовувались найпростіші методи апроксимації та дискретного перетворення Фур'є, які не гарантують високу точність розрахунків. Вони використовувались виключно для перевірки можливості застосування запропонованих методів визначення потужності КЗ і його енергетичних показників.

## 8. Висновки

1. Виведено аналітичне представлення про додаткові (непродуктивні) втрати в тяговій електромережі на основі концепції Фрізе. Основною відмінністю визначення цих втрат є використання миттєвих значень напруги та активного і реактивного струмів мережі.

2. Запропоновано три методи визначення потужностей тягової мережі в режимі КЗ на основі перехідних функцій напруги та струму як основних параметрів для визначення енергетичних показників та додаткових втрат.

3. Встановлено, що показник додаткових втрат електроенергії  $\Delta W_{\text{дт}}$  може бути використаний як ознака режиму КЗ в лінії. Інші енергетичні параметри однозначно не визначають режим роботи тягової мережі.

Процес вимикання струму КЗ в тяговій мережі постійного струму відносно комутаційного апарата можна характеризувати як мінливий процес вмикання ємкісного навантаження значної потужності.

На основі експериментальних даних встановлено, що активна потужність короткого замикання, яке ліквідується застарілими зразками фідерних вимикачів, значно вище у порівнянні з новими швидкодіючими апаратами.

## Література

1. Popescu, M., Bitoleanu, A. (2019). A Review of the Energy Efficiency Improvement in DC Railway Systems. *Energies*, 12 (6), 1092. doi: <https://doi.org/10.3390/en12061092>
2. Serrano, J., Platero, C., López-Toledo, M., Granizo, R. (2015). A Novel Ground Fault Identification Method for  $2 \times 5$  kV Railway Power Supply Systems. *Energies*, 8 (7), 7020–7039. doi: <https://doi.org/10.3390/en8077020>
3. Qian, C., He, Z., Gao, Z., Wang, B. (2014). Analysis of magnetic environment characteristics for high-speed railway all-parallel AT traction network with short circuit. *Electric Power Automation Equipment*, 34 (3), 155–161. doi: <http://doi.org/10.3969/j.issn.1006-6047.2014.03.026>

4. Baciuc, I., Cuntan, C., Deaconu, S., Iordan, A. (2010). Study of the d.c. motors' behavior from the componency of electric traction systems in short-circuit regime. 14th, WSEAS international conference on systems, 331–335.
5. Костін, М. О., Михаліченко, П. Є., Петров, А. В. (2009). Зниження непродуктивних втрат електроенергії - найважливіша задача підвищення ефективності електроспоживання системами електричної тяги. *Залізничний транспорт України*, 2, 43–44.
6. Lang, B., Wu, M. (2009). Harmonics model of traction network and its simulation. *Automation of Electric Power Systems*, 17, 76–80.
7. Alnuman, H., Gladwin, D., Foster, M. (2018). Electrical Modelling of a DC Railway System with Multiple Trains. *Energies*, 11 (11), 3211. doi: <https://doi.org/10.3390/en11113211>
8. Костін, М. О. (2006). Методи визначення потужностей в системах зі стохастичними електроенергетичними процесами. *Технічна електродинаміка*, 6, 3–8.
9. Liubarskyi, B., Demydov, A., Yeritsyan, B., Nuriev, R., Iakunin, D. (2018). Determining electrical losses of the traction drive of electric train based on a synchronous motor with excitation from permanent magnets. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (9 (92)), 29–39. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.127936>
10. Zharkov, Yu. I., Popova, N. A., Figurnov, E. P. (2019). Accounting power supply schemes for traction substations in the calculation of short circuits in the AC traction network. *Vestnik of the Railway Research Institute*, 78 (1), 10–18. doi: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2019-78-1-10-18>
11. Fryse, S. (1932). Wirk – Blind – und Scheinleistung in elektrischen stromkreisen min nichtsinusformigen Verfap von Strom und Spannung. *Elektrotechn. Z.*, 25, 596–599.
12. Петров, А. В. (2010). Методи спектрального аналізу випадкових технологічних коливань напруги та струму фідера тягової підстанції постійного струму. *Вісник ДНУЗТ*, 34, 77–80.
13. Михаліченко, П. Є. (2012). Результати експериментальних досліджень режимів короткого замикання у тяговій мережі постійного струму. *Вісник ДНУЗТ*, 41, 81–85.